

Лабораторная работа №

Тема: "Решение систем линейных уравнений, работа с матрицами"

Цель работы: Приобретение навыков решения задач линейной алгебры с помощью Ms Excel.

Задание:

1. Занести данные своего варианта на лист Excel.
2. Решить систему уравнений (1) с помощью метода обратной матрицы и выполнить проверку полученного решения.
3. Решить систему уравнений (2) методом Крамера и выполнить проверку полученного решения.
4. Выполнить действия с матрицами, отображая результат каждого выполненного действия.
5. Сохранить результаты всех действий и показать работу преподавателю.

Методические указания.

➤ *Что такое формула массива и как ее создать?*

Формулу массива можно использовать для создания формулы, которая возвращает некоторое множество результатов.

Чтобы ввести формулу массива необходимо придерживаться правил для создания формулы массива:

1. Сначала нужно выделить диапазон ячеек, который будет служить для размещения результата.
2. Ввести формулу.
3. Щелкнуть мышью в строке формул.
4. Нажать комбинацию клавиши **Ctrl+Shift+ENTER** для фиксации ввода формулы массива. (Необходимо удерживая нажатыми **Ctrl** и **Shift** нажать **ENTER**).

Если действия выполнены правильно, Excel берет формулу в фигурные скобки, указывая тем самым, что она является формулой массива. Но нельзя вводить фигурные скобки самим, поскольку Excel расценит это как введение текстового значения.

Если из какой-то причины формула не распространилась на все выделенные ячейки, то, не снимая выделения из этих ячеек, нужно нажать **F2**, а потом нажать **Ctrl+Shift+ENTER** для фиксации ввода формулы массива.

Нельзя: редактировать, очищать или перемещать отдельные ячейки в диапазоне массива, а также вставлять или удалять ячейки. Ячейки в диапазоне массива рассматриваются как единое целое, и редактировать их нужно все сразу.

Пример 1.

Найти сумму матриц A и B , которые находятся в диапазонах $A1:C3$ (матрица A) и $E1:G3$ (матрица B).

Для нахождения суммы матриц необходимо выполнить такие действия:

1. Выделить область под результат, например: $A5:C7$
 2. Ввести знак =
 3. Выделить область с первой матрицей A : $A1:C3$
 4. Ввести знак +
 5. Выделить область со второй матрицей B : $E1:G3$
 6. Щелкнуть мышью в строке формул и нажать $\text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{ENTER}$
- В результате в ячейках $A5:C7$ появится формула
 $\{=A1:C3 + E1:G3\}$

Пример 2.

Умножить элементы матрицы A , которая находится в ячейках $A1:C3$ на коэффициент 1,5

Для нахождения результата необходимо выполнить такие действия:

1. Выделить область под результат, например $A9:C11$
2. Ввести знак =
3. Выделить область с матрицей A : $A1:C3$
4. Ввести знак * и 1,5
5. Нажать $\text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{ENTER}$

В результате в ячейках $A9:C11$ появится формула

$\{=A1:C3*1,5\}$

➤ Какие существуют функции работы с матрицами?

Функции работы с матрицами:

МУМНОЖ("массив1";"массив2"[;...]) – умножение матриц;

МОБР("массив") – нахождение обратной матрицы;

МОПРЕД("массив") – вычисление определителя матрицы;

ТРАНСП("массив") – транспонирование матрицы,

тут функции **МУМНОЖ**, **МОБР**, **ТРАНСП** можно использовать только в формулах массивов.

Рассмотрим этапы выполнения умножения матриц с помощью функции **МУМНОЖ**:

1. Выделить диапазон ячеек для матрицы-результата. При этом число строк результирующей матрицы равняется числу строк первой матрицы, а число столбцов – числу столбцов второй матрицы.
2. Вызывать мастер функций: f_x → категория "**Математические**" → функция **МУМНОЖ**
3. В окне диалога в поле первого аргумента ввести интервал ячеек, в которых расположена первая матрица
4. В поле второго аргумента ввести интервал ячеек, в которых расположена вторая матрица.



5. Щелкнуть в строке формул и нажать комбинацию **Ctrl+Shift+ENTER**. В выделенной области появится результат умножения двух матрицы. При этом нужно помнить, что умножение матриц не подчиняется переместительному закону умножения ($A*B \neq B*A$).

При использовании функции **ТРАНСП** следует помнить, что вместо матрицы можно обрабатывать таблицу с заголовками, отдельную строку заголовков или отдельные столбцы. И тогда при выделении области для результата число строк равняется числу столбцов исходной матрицы, а число столбцов равняется числу строк исходной матрицы.

➤ *Как решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)?*

Решить систему:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

можно в матричном виде $A*X=B$,

где,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

➤ *В чем суть метода обратной матрицы?*

Для решения СЛАУ методом обратной матрицы необходимо рассмотреть матричное уравнение:

$$A*X=B.$$

Далее необходимо умножить обе части матричного уравнения слева на обратную матрицу:

$$A^{-1}*A*X=A^{-1}*B.$$

Теперь можно заменить произведение обратной матрицы на прямую единичной матрицей:

$$E*X=A^{-1}*B, \quad \text{де } E - \text{единичная матрица.}$$

Тогда решением будет матрица:

$$X=A^{-1}*B$$

➤ *В чем суть метода Крамера?*

Для решения СЛАУ методом Крамера необходимо рассмотреть матричное уравнение:

$$A^*X=B.$$

Неизвестные можно найти как отношение вспомогательных определителей матрицы коэффициентов к основному определителю:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad (i=1,2,\dots,n),$$

где n – количество уравнений в СЛАУ,

Δ - основной определитель матрицы коэффициентов,

Δ_i – вспомогательные определители, то есть определители матрицы, которые создаются из матрицы коэффициентов путем замены i -го столбца на столбец свободных членов.

Пример подготовки решения СЛАУ за помощью EXCEL:

Решить систему:

$$\begin{cases} x_2 - 13x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 21x_2 - 5x_4 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 3 \end{cases}$$

Сначала необходимо ввести коэффициенты при неизвестных (матрица A) и столбец свободных членов (вектор B) в ячейки рабочего листа Excel, располагая матрицу A в ячейках $B1:E4$, а вектор B – в ячейках $H1:H4$.

Перед матрицей и вектором необходимо расположить подписи: в ячейке $A3$ записать текст "A=", а в ячейке $G3$ – текст "B=" (рис. 2.36).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		0	1	-13	4			-5
2		1	0	-2	3			-4
3	A=	3	21	0	-5		B=	2
4		4	3	-5	0			3
5								
6								
7								
8	Аобр=						X=	
9								

Рис. 2.36 – Фрагмент листа Excel для решения СЛАУ

Пример решения СЛАУ методом обратной матрицы.

Для решения СЛАУ методом обратной матрицы необходимо:

1. В ячейке $A8$ расположить подпись "Аобр=".
2. Потом выделить ячейки $B6:E9$ для хранения обратной матрицы.
3. Вызывать мастер функций (f_x) и в категории "**Математические**" необходимо выбрать функцию **МОБР**.
4. Появится окно для заполнения аргументов функции (рис. 2.37), где в качестве "массив" необходимо указать диапазон, в котором находится исходная матрица A , то есть $B1:E4$. Щелкнуть мышью в строке формулы и нажать **Ctrl+Shift+ENTER**.

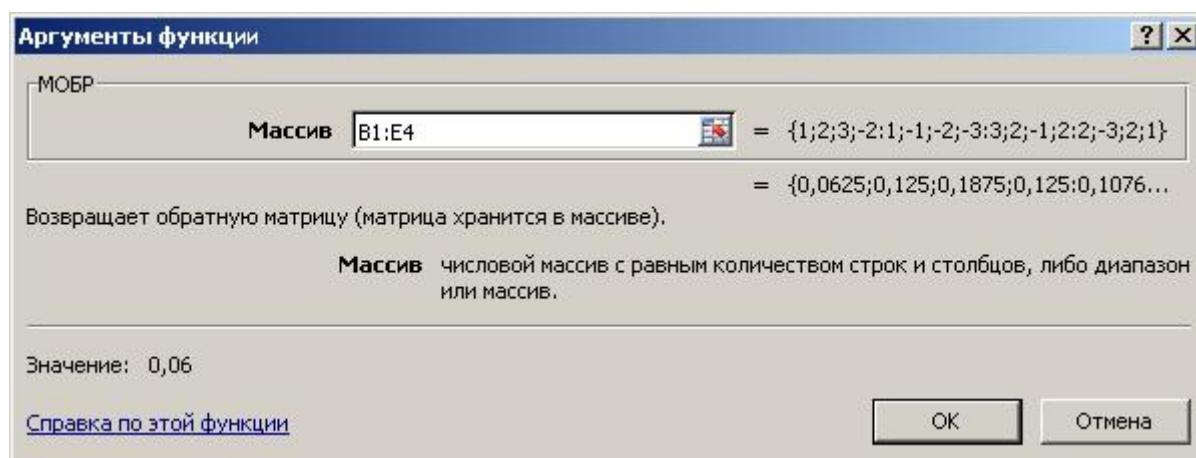


Рис. 2.37 – Окно функции МОБР

5. Теперь нужно умножить полученную обратную матрицу на вектор B . Для этого в ячейке $G8$ нужно расположить подпись "Х="
6. А затем необходимо выделить область $H6:H9$ для хранения результирующего вектора X
7. Вызывать мастер функций (f_x).
8. В категории "**Математические**" выбрать функцию **МУМНОЖ**.
9. Появится окно для заполнения аргументов функции (рис. 2.38), где в качестве "массив1" указать диапазон, в котором находится обратная матрица, то есть $B6:E9$, а в качестве "массив2" указать диапазон, в котором находится вектор свободных членов B , то есть $H1:H4$
10. Щелкнуть мышью в строке формул и нажать **Ctrl+Shift+ENTER**.
11. Сделать проверку найденного решения, то есть умножить матрицу коэффициентов на столбец неизвестных с помощью функции **МУМНОЖ**. В результате должен получиться вектор B .

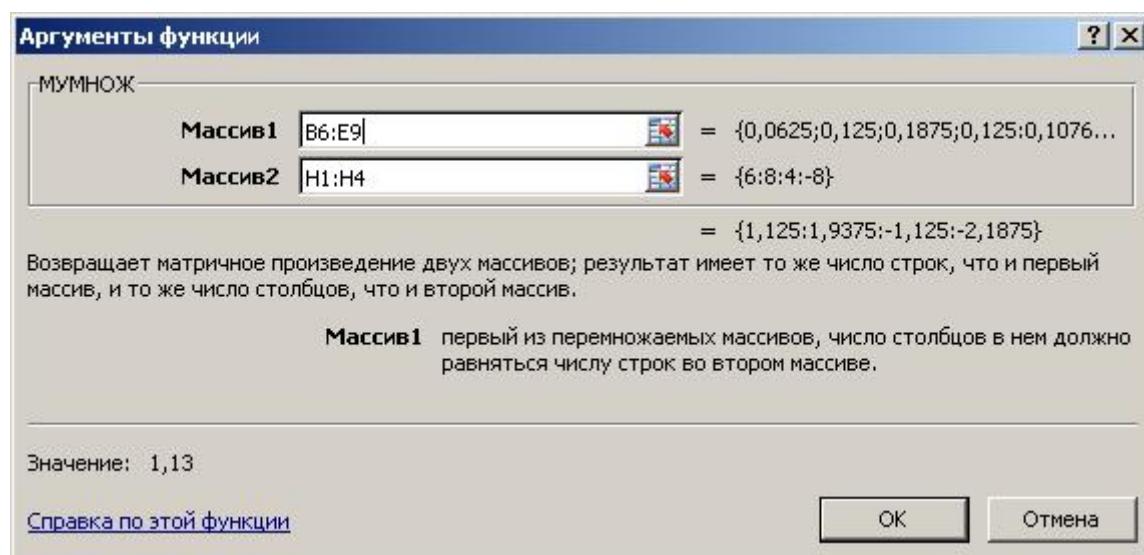


Рис. 2.38 – Окно функции МУМНОЖ

Пример решения СЛАУ методом Крамера.

Для решения СЛАУ методом Крамера необходимо:

1. Скопировать начальную матрицу 4 раза (столько раз сколько уравнений в СЛАУ)
2. Первая копия может находиться в ячейках $B6:E9$, вторая – в ячейках $B11:E14$, третья – в ячейках $B16:E19$, а четвертая – в ячейках $B21:E24$.
3. В ячейки $A7, A12, A17, A22$ нужно поместить тексты "A1=", "A2=", "A3=" и "A4=" соответственно.
4. В первой копии заменить первый столбец вектором B , в 2-ой, 3-ей и 4-ой копии – соответственно 2-ой, 3-ий и 4-ый столбец заменить вектором B .
5. Вычислить основной и вспомогательные определители (определители матрицы A , $A1$, $A2$, $A3$, $A4$), воспользовавшись 5 раз функцией **МОПРЕД**.
6. Результаты вычислений пояснить подписями "Опр=", "Опр1=", "Опр2=", "Опр3=", "Опр4=".
7. Для нахождения корней СЛАУ нужно разделить каждый вспомогательный определитель на основной, пояснив результаты вычислений текстом "X=" и разместив их друг над другом. Получится вектор X .
8. Сделать проверку найденного решения, то есть умножить матрицу коэффициентов на столбец неизвестных с помощью функции **МУМНОЖ**. В результате должен получиться вектор B .

Варианты заданий к лабораторной работе № 7



Вариант № 1

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x + 8y - z = -7 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}$$

$$3) C = 2(A + B^{-1})(2BA - A^T), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант № 2

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

$$3) C = 3A^T - (AB + 2B^{-1})B, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант № 3

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

$$3) C = 2(A^{-1} - B)(A^2 + B^T), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ -5 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$



Вариант № 4

$$1) \begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$3) C = (A^2 - B^2)(A^{-1} + B^T), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант № 5

$$1) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$$

$$3) C = (A^{-1} - B^2)(2A + B^T), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 10 & 4 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант № 6

$$1) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9 \\ 5x_1 - 7x_2 + 10x_4 = -9 \\ 3x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$3) C = (A^{-1} - BA) A + 2B^T, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$



Вариант № 7

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$3) C = 2A(A^{-1} - 0,5B^T) + AB, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ -3 & -2 & 0 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант № 8

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$$

$$3) C = (A^{-1} - BA)A + 3B^T, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант № 9

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$3) C = 2A^T - (A^2 + B^{-1})B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -2 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$



Вариант № 10

$$1) \begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_4 = -9 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -7 \\ 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 12 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 = 8 \end{cases}$$

$$3) C = 3(A^2 - B^{-1}) - 2(AB + A^T), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 5 & -5 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант № 11

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$$3) C = (2A^{-1} - B)(3A + B^T) - 2AB, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -5 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант № 12

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 8 \\ 2x_2 + 7x_3 = 17 \end{cases}$$

$$3) C = A(A^2 - B^T) - 2(B + A^{-1})B, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & 5 \\ 5 & 13 & 21 \end{pmatrix}$$



Вариант № 13

$$1) \begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_4 = -9 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = -7 \\ 3x_1 - 2x_3 + x_4 = -16 \\ x_1 - 4x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

$$3) C = (A^{-1} + B^T)A - B(2A + 3B), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 16 \end{pmatrix}$$

Вариант № 14

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_3 + 4x_4 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 16 \\ 3x - 2y - 5z = 12 \end{cases}$$

$$3) C = A(2A + B^T) - B(A^{-1} - B),$$

$$\text{где } A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 2 & 7 & 3 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант № 15

$$1) \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x - y - 3z = -1 \\ x + 5y + z = 0 \end{cases}$$

$$3) C = 3(A^{-1} + B)(AB - 2B^T), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 22 & -14 & 3 \\ 6 & -7 & 0 \\ 11 & 3 & 15 \end{pmatrix}$$



Вариант № 16

$$1) \begin{cases} x_1 + 5x_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_2 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

$$3) C = 2AA - (A + B^{-1})(A^T - B), \text{ где } A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант № 17

$$1) \begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 20 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$$

$$3) C = 2A + 3B^T(AB - 2A^{-1}), \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант № 18

$$1) \begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$3) C = (A^T - B)(A + B^{-1}) - 2AB, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$



Вариант № 19

$$1) \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$3) C = 2A^T - AB(B - A) + B^{-1}, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант № 20

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 11x + 3y - 3z = 2 \\ 2x + 5y - 5z = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

$$3) C = A^2 - (BA + B^{-1}) - (A^T - 3B), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант № 21

$$1) \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 7x + 5y + 2z = 18 \\ x - y - z = 3 \\ x + y + 2z = -2 \end{cases}$$

$$3) C = B^T(A^{-1} + 2B) - 3AB, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$



Вариант № 22

$$1) \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 - 3x_4 = -4 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ x + z = 0 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$$

$$3) C = 3B(A + B^T) - (A^{-1})B - BA$$

, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

Вариант № 23

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - 2y - 2z = 3 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

$$3) C = A(A - B^{-1}) + 2B(A + B^T), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 5 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант № 24

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = -6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 28 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5x_3 = -7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$3) C = (2BA + B^{-1})B - 0,5A^T, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Вариант № 25

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -15 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 15 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases}$$

$$3) C = AB - 2(A + B^T)A^{-1}, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант № 26

$$1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 8 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 7x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 - 3x_4 = 7 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$3) C = (A^T + 2B)(3BA - B^{-1})$$

, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Вариант № 27

$$1) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$3) C = 2AB + A^T(B^{-1} - A), \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$



Вариант № 28

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$

$$3) C = (3A^{-1} + 0,5)(2B^T - BA), \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант № 29

$$1) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 8 \\ 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + x_4 = -3 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$$

$$3) C = 2A^T(A + B^{-1}) - 3AB, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант № 30

$$1) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_4 = -5 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 7x_4 = -3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

$$3) C = 3AB + (A^T - B)(A + 2B^{-1}), \text{ где } A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Пример.

Выполнить следующее задание.

- 1) Решить систему методом обратной матрицы и сделать проверку полученного решения:

$$\begin{cases} 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 9 \\ 5x_1 - 10x_3 + 6x_4 = 3 \\ 3x_1 + 9x_2 - 5x_4 = 40 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$$

- 2) Решить систему методом Крамера и сделать проверку полученного решения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 12 \\ 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -11 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

- 3) Выполнить действия с матрицами:

$$C = 2A^T + B(BA - 5B^{-1}), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -5 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 5 & -1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Результат:

После занесения исходных данных и решения СЛАУ методом обратной матрицы Лист 1 примет вид, показанный на рис. 2.39.

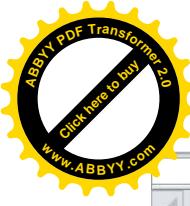


Рис. 2.39 – Решение СЛАУ методом обратной матрицы (результаты)

Если во всех ячейках листа отобразить формулы, то лист примет вид, показанный на рис. 2.40.

Рис. 2.40 – Решение СЛАУ методом обратной матрицы (формулы)

После занесения исходных данных и решения СЛАУ методом Крамера лист 2 примет вид, показанный на рис. 2.41.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		3	-5	2			12								
2	A=	2	7	-3		B=		-11							
3		4	5	1				1							
4															
5		12	-5	2		Опред. A=	100								
6	A1=	-11	7	-3		Опред. A1=	100								
7		1	5	1		Опред. A2=	-100								
8						Опред. A3=	200								
9		3	12	2											
10	A2=	2	-11	-3											
11		4	1	1											
12															
13		3	-5	12											
14	A3=	2	7	-11											
15		4	5	1											
16															
17							1								
18	X=						-1								
19							2								
20															
21							12								
22	Проверка:						-11								
23	A*X=B						1								
24															
25															
26															

Рис. 2.41 – Решение СЛАУ методом Крамера (результаты)

Если во всех ячейках листа отобразить формулы, то лист примет вид, показанный на рис. 2.42.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		3		-5	2		12								
2	A=	2		7	-3		B=		-11						
3		4		5	1			1							
4															
5		12		-5	2		Опред. A=	=МОПРЕД(B1:D3)							
6	A1=	-11		7	-3		Опред. A1=	=МОПРЕД(B5:D7)							
7		1		5	1		Опред. A2=	=МОПРЕД(B9:D11)							
8							Опред. A3=	=МОПРЕД(B13:D15)							
9		3		12	2										
10	A2=	2		-11	-3										
11		4		1	1										
12															
13		3		-5	12										
14	A3=	2		7	-11										
15		4		5	1										
16															
17							=G6/\$G\$5								
18	X=						=G7/\$G\$5								
19							=G8/\$G\$5								
20															
21							=МУМНОЖ(B1:D3;B17:B19)								
22	Проверка:						=МУМНОЖ(B1:D3;B17:B19)								
23	A*X=B						=МУМНОЖ(B1:D3;B17:B19)								
24															
25															
26															

Рис. 2.42 – Решение СЛАУ методом Крамера (формулы)



После занесения исходных данных и выполнения действий с матрицами Лист 3 примет вид, показанный на рис. 2.43.

B23	f(x)	{=G5:I7+B17:D19}
A	B	C D E F G H I J K L M N
1	2	1 -2
2 A=	0	-1 -5
3	7	2 1
4		
5	2	0 7
6 At=	1	-1 2
7	-2	-5 1
8		
9	11	2 -44
10 B*A=	35	12 -16
11	30	7 -8
12		
13	0,06	0,71 -0,51
14 5*B обр.=	0,80	-1,19 1,09
15	-0,42	0,42 0,83
16		
17	239	71 -468
18 B*(BA-5B обр.)=	202	42 -348
19	201	54 -113
20		
21	243	71 -454
22 C=	204	40 -344
23	197	44 -111
24		
25		
26		

Рис. 2.43 – Действия с матрицами (результат)

Если во всех ячейках листа отобразить формулы, то лист примет вид, показанный на рис. 2.44.

Рис. 2.44 – Действия с матрицами (формулы)

Контрольные вопросы:

1. Что такое формула массива?
2. Чем по сути отличается формула массива от обычной формулы?
3. Чем по написанию отличается формула массива от обычной формулы?
4. Какая последовательность действий нужна при создании формулы массива?
5. Как подтвердить формулу массива?
6. Как найти сумму элементов двух матриц?
7. Как умножить элементы матрицы на какое-то число?
8. Какие существуют функции работы с матрицами?
9. Как найти обратную матрицу с помощью Excel?
- 10.Как перемножить два матрицы с помощью Excel?
- 11.Как вычислить определитель матрицы с помощью Excel?
- 12.Как получить транспонированную матрицу с помощью Excel?
- 13.Какие существуют методы решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)?
- 14.В чем есть суть метода обратной матрицы для решения СЛАУ?
- 15.В чем есть суть метода Крамера для решения СЛАУ?
- 16.Какие подготовительные действия нужно осуществить для последующего решения СЛАУ с помощью Excel?
- 17.Какие действия нужно осуществить для решения СЛАУ с помощью Excel методом обратной матрицы?
- 18.Какие действия нужно осуществить для решения СЛАУ с помощью Excel методом Крамера?
- 19.Как нужно разместить результаты решения СЛАУ методом Крамера, чтобы было возможно сделать проверку результатов?
- 20.Как проверить результаты решения СЛАУ с помощью Excel?